Programme de colle du 28 janv. au 1er fév. 2019

Avertissement important aux colleurs et aux étudiants :
— toutes les définitions et tous les résultats figurant au programme de colle sont à connaître,
— les démonstrations exigibles sont indiquées sur le programme de colle,
— tout point de cours doit être restituable de manière précise et rigoureuse, en conséquence , et même si la notion semble comprise par l'étudiant, un rendu vague, approximatif, incomplet (manque d'hypothèses), confus dans la formulation doit être sanctionné dans une bonne mesure. Les étudiants doivent comprendre que la rigueur ne peut pas s'apprendre avec de l'« à peu près »et que les bonnes habitudes de travail se prennent dès le début de l'année scolaire,

1. Espaces vectoriels (révisions).
2. Applications.
   - Définition d'une application, de la composition. Associativité de la composition.
   - Définition d'une application surjective, injective. Caractérisation de l'injectivité par $f(x) = f(y) \Longrightarrow x = y$.
   - Définition d'une application bijective.
   - Propriétés vis à vis de la composition. Propriété : si $g \circ f$ injective (resp. surjective) alors f injective (resp. g surjective) (*avec preuve*). Critère de bijectivité par existence d'une application « inverse »à gauche et à droite.
   - Partie stable par une application. Application induite.
   - Compléments sur les quantificateurs.
3. Etude des suites récurrentes linéaires d'ordre deux.
4. Suites numériques
   - Majorant. Minorant. Maximum. Minimum. Valeur absolue. Inégalités triangulaires (première et deuxième). Inégalité de Cauchy-Schwarz (*avec preuve*).
   - Borne supérieure (*existence admise*). Borne inférieure.
   - Suites réelles. Opérations sur les suites. Suites bornées, suites monotones.
   - Suites arithmétiques, géométriques, suites arithmético-géométriques (*les étudiants doivent savoir établir l'expression de u_n en fonction de n dans chacune de ces situations*)
   - Suites convergentes [1]
   - Unicité de la limite d'une suite (*avec preuve*). Théorème de prolongement des inégalités aux limites. Théorème de convergence par encadrement. Opérations sur les limites.
   - Suites tendant vers l'infini. Définitions. Opérations sur les suites tendant vers l'infini. Théorème de comparaison.
   - Théorème de la limite monotone. Suites adjacentes. Théorème des suites adjacentes (*avec preuve*).

1. les étudiants doivent connaitre la définition de la convergence avec les quantificateurs ($\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N}, \dots$) mais on ne proposera pas d'exercice la faisant intervenir.