Programme de colle du 21 au 25 janv. 2019

Avertissement important aux colleurs et aux étudiants :
— toutes les définitions et tous les résultats figurant au programme de colle sont à connaître,
— les démonstrations exigibles sont indiquées sur le programme de colle,
— tout point de cours doit être restituable de manière précise et rigoureuse, en conséquence , et même si la notion semble comprise par l'étudiant, un rendu vague, approximatif, incomplet (manque d'hypothèses), confus dans la formulation doit être sanctionné dans une bonne mesure. Les étudiants doivent comprendre que la rigueur ne peut pas s'apprendre avec de l'« à peu près »et que les bonnes habitudes de travail se prennent dès le début de l'année scolaire,

1. Espaces vectoriels[1] ($\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$).
   — Définition d'un $\mathbb{K}$-ev. Exemples. Règles de calcul.
   — Sous-espaces vectoriels : définition. Caractérisation d'un sous-espace vectoriel. Intersection de sous-espaces vectoriels (avec preuve dans le cas de 2 sev).
   — Somme et somme directe de sev. Caractérisation d'une somme directe (avec preuve). Supplémentaire d'un sev.
   — Sous esp. vect. engendré par une partie X comme ensemble des combinaisons linéaires finies de vecteurs de X : c'est le plus petit sev contenant X (vue en propriété). Notation Vect(X). et description comme ensemble des combinaisons linéaires finies de vecteurs de X.
   — Définition d'une famille[2] libre, d'une famille liée. Toute famille de polynômes échelonnée en degré est libre.
   — Définition d'une famille génératrice. Définition d'une base. La famille $(e_i)_{1\leq i\leq n}$ est une base de E si et seulement si tout vecteur de E s'écrit de façon unique comme combinaison linéaire finie des vecteurs de $(e_i)_{1\leq i\leq n}$.
2. Applications.
   — Définition d'une application, de la composition. Associativité de la composition.
   — Définition d'une application surjective, injective. Caractérisation de l'injectivité par $f(x) = f(y) \Longrightarrow x = y$.
   — Définition d'une application bijective.
   — Propriétés vis à vis de la composition. Propriété : si $g \circ f$ injective (resp. surjective) alors f injective (resp. g surjective) (*avec preuve*). Critère de bijectivité par existence d'une application « inverse »à gauche et à droite.
   — Partie stable par une application. Application induite.
   — Compléments sur les quantificateurs.
3. Etude des suites récurrentes linéaires d'ordre deux.
4. Suites numériques

1. Il appartient aux élèves de réviser le chapitre relatif aux systèmes linéaires, en particulier la méthode de Gauss
2. *Au programme on ne considère que des familles finies*

— Majorant. Minorant. Maximum. Minimum. Valeur absolue. Inégalités triangulaires (première et deuxième). Inégalité de Cauchy-Schwarz (*avec preuve*).
— Borne supérieure (*existence admise*). Borne inférieure.
— Suites réelles. Opérations sur les suites. Suites bornées, suites monotones.
— Suites arithmétiques, géométriques, suites arithmético-géométriques (*les étudiants doivent savoir établir l'expression de u_n en fonction de n dans chacune de ces situations*)
— Suites convergentes [3]
— Unicité de la limite d'une suite (*avec preuve*).

3. les étudiants doivent connaitre la définition de la convergence avec les quantificateurs ($\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N}, \ldots$) mais on ne proposera pas d'exercice la faisant intervenir.