Programme de colle du 19 au 23 novembre 2018.

Avertissement important aux colleurs et aux étudiants :
— toutes les définitions et tous les résultats figurant au programme de colle sont à connaître,
— les démonstrations exigibles sont indiquées sur le programme de colle,

---

1. Calcul matriciel.
   - Ensemble $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ Définition d'une matrice. Matrices lignes, colonnes. Matrices carrées, diagonales, triangulaires. Matrices transposées.
   - Opérations dans $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$
     — Addition de 2 matrices et multiplication par un scalaire. Matrices élémentaires $E_{i,j}$.
     — Produit d'une matrice ligne par une matrice colonne, produit d'une matrice et d'une matrice colonne, expression du coefficient général d'un produit de deux matrices. Propriétés relatives aux opérations sur les matrices.
     — Stabilité pour le produit de l'ensemble des matrices diagonales, de l'ensemble des matrices triangulaires.
   - Matrices inversibles. Ensemble $GL_n(\mathbb{K})$.
     — Définition. Inverse d'un produit. Caractérisation d'une matrice inversible : A est inversible ssi $X = 0$ est l'unique solution de l'éq. $AX = 0$. Condition nécessaire et suffisante pour qu'une matrice diagonale ou triangulaire soit inversible.
     — Calcul de l'inverse d'une matrice.
     1) Si $AB = I_n$ alors A est inversible et $A^{-1} = B$.
     2) Pratique du calcul de l'inverse d'une matrice : application de l'algorithme de Gauss.
     — Inversibilité des matrices 2×2 et expression de l'inverse.
   - Transposition.
     — Prorpiété de la transposition : transposée d'une somme, d'un produit et ${}^t({}^tA) = A$.
     — Transposition et inversibilité : $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ est inversible ssi ${}^tA$ est inversible.
     — Matrice symétrique et antisymétrique.
2. Formule du binôme [1] (Pas d'exercices encore sur ce thème.)
   — Coefficient binômial : le lien entre le nombre de chemins ŕalisant k succès dans l'arbre associé à n répétitions d'une épreuve à deux issues et le nombre de façons de choisir k objets parmi n a été fait. La définition de $\binom{n}{k}$ est le nombre de façons de selectionner k objets dans un ensemble en contenant n.
   — Propriété de symétrie, formule de Pascal (avec preuve) et formule d'absorption-extraction (avec preuve).
   — Formule du binôme. Interprétation de $\binom{n}{k}$ comme coefficient de x^k dans $(1 + x)^n$.
   — Formule de calcul : expression de $\binom{n}{k}$ à l'aide de factorielles.

---

1. La formule du binôme matricielle n'a pas été abordée.

Les sommes suivantes ont été vues en classe et doivent être connues des étudiants :

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}, \quad \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k}$$